

Wiązka zadań *Ułamki dwójkowe*

W systemach pozycyjnych o podstawie innej niż 10 można zapisywać nie tylko liczby całkowite, ale również rzeczywiste z pewną dokładnością. Na przykład w systemie dwójkowym cyfry po przecinku odpowiadają kolejnym potęgom $1/2$ (jednej drugiej). Cyfra 1 na pierwszym miejscu po przecinku odpowiada $1/2$, na drugim miejscu — $1/4$, na trzecim — $1/8$ i tak dalej.

Na przykład $(0,101)_2 = 1/2 + 1/8 = 5/8 = 0,625_{10}$. Podobnie jak w systemie dziesiętnym nie każda liczba daje się zapisać w ten sposób dokładnie — na przykład liczba $1/3$ nie ma skończonego rozwinięcia w systemie dwójkowym (ani też w dziesiętnym). Można jednak stosunkowo łatwo wyznaczyć zadaną liczbę początkowych cyfr po przecinku dla każdej liczby rzeczywistej.

Następujący algorytm przyjmuje na wejściu liczbę rzeczywistą x należącą do przedziału $[0, 1)$ oraz dodatnią liczbę całkowitą k i wypisuje k pierwszych cyfr liczby x w zapisie dwójkowym. Przeanalizuj algorytm i odpowiedz na podane pytania.

Dane:

x — liczba rzeczywista, $0 \leq x < 1$,
 k — liczba całkowita dodatnia.

Wynik:

zapis dwójkowy liczby x do k -tego miejsca po przecinku.

funkcja binarny(x , k)

wypisz „0,”

$y \leftarrow x$

dla $i=1, 2, \dots, k$ wykonuj

(*) jeżeli $y \geq 1/2$

wypisz „1”

w przeciwnym razie

wypisz „0”

$y \leftarrow y * 2$

jeżeli $y \geq 1$

$y \leftarrow y - 1$

2.1.

Podaj liczbę wypisaną przez algorytm dla $x = 0.6$, $k = 5$ oraz wartości zmiennej y przy każdorazowym wykonaniu wiersza oznaczonego (*).

Kolejne wykonanie (*)	Wartość zmiennej y
1	
2	
3	
4	
5	

Liczba wypisana przez algorytm:

2.2.

Podaj przykład liczby x , dla której po wykonaniu funkcji $binarny(x, 4)$ zmienna y ma wartość 0, a po wykonaniu funkcji $binarny(x, 3)$ zmienna y nie jest równa 0.

2.3.

W systemie trójkowym używa się cyfr 0, 1 i 2. Cyfra 1 na pierwszym miejscu po kropce oznacza $1/3$, zaś 2 oznacza $2/3$. Na drugim miejscu są to odpowiednio $1/9$ i $2/9$, na trzecim — $1/27$ i $2/27$ i tak dalej, z kolejnymi potęgami trójki w mianownikach.

Poniżej podany jest algorytm wypisujący dla zadanej liczby rzeczywistej x z przedziału $[0, 1)$ oraz liczby całkowitej dodatniej k pierwsze k cyfry zapisu x w systemie trójkowym. Uzupełnij luki tak, aby algorytm działał prawidłowo.

funkcja trójkowy(x , k)

wypisz „0,”

$y \leftarrow x$

dla $i = 1, 2, \dots, k$ **wykonuj**

jeżeli $y \geq 2/3$

wypisz „2”

jeżeli

wypisz „1”

jeżeli

wypisz „0”

$y = y * 3$

jeżeli $y \geq 2$

jeżeli $y \geq 1$

